Optimasi Perencanaan Hasil Produksi dengan Aplikasi Fuzzy Linear Programming (FLP)

Akhmad Fauzi
Jurusan Teknik Informatika UPNV"Veteran" Jawa Timur
Email: masuzi@upnjatim.ac.id

Abstract

Fuzzy Linear Programming (FLP) is a Linear Programming method applied in Fuzzy environment. In this research, it was applied in a production planning problem. In Fuzzy Linear Programming, objective functions and constraints do not mean as strict as it should be in Linear Programming because of several reasons to be considered in the system. Fuzzy Linear Programming implementation in production planning problem gave a maximum sales point and can be compared to typical Linear Programming technique.

Keywords: Fuzzy Linear Programming, Fuzzy, Simplex

PENDAHULUAN

Sebagian besar persoalan manajemen adalah berkenaan dengan penggunaan sumber daya secara efisien atau pengalokasian sumber-sumber yang terbatas untuk mencapai tujuan yang diinginkan.

Dalam keadaan sumber daya yang terbatas harus dicapai suatu hasil yang optimum. Dengan perkataan lain bagaimana caranya agar dengan masukan (input) yang serba terbatas dapat dicapai hasil kerja yang optimum. Seperti halnya dalam penelitian ini diharapkan keluaran (output) berupa produksi barang atau jasa yang optimum.

Linear programming akan memberikan banyak alternatif pemecahan persoalan, sebagai alternative pengambilan keputusan atau tindakan. Akan tetapi hanya ada satu yang optimum (maksimum atau minimum). Mengambil keputusan berarti memilih alternatif, yaitu alternatif yang terbaik.

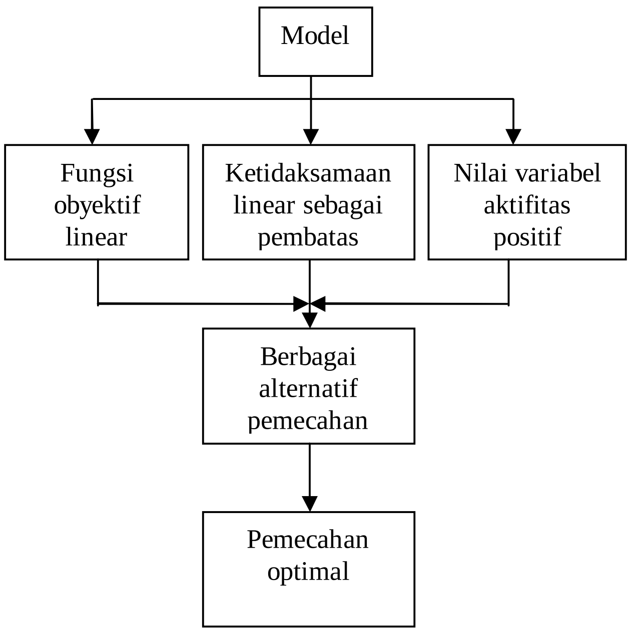
Syarat-syarat yang harus dipenuhi agar suatu persoalan dapat dipecahkan dengan teknik Linear Progamming secara lengkap adalah sebagai berikut :

a. Fungsi obyektif harus didefinisikan secara jelas dan dinyatakan sebagai fungsi obyektif yang linear. Misalnya jumlah hasil penjualan harus maksimum, jumlah biaya yang dikeluarkan harus minimum.
b. Harus ada alternatif pemecahan untuk dipilih salah satu yang terbaik.
c. Sumber-sumber dan aktifitas mempunyai sifat dapat ditambahkan.
d. Fungsi obyektif dan ketidaksamaan untuk menunjukkan adanya pembatasan harus linear.
e. Variabael keputusan harus positif, tidak boleh negatif.
f. Sumber-sumber dan aktifitas mempunyai sifat dapat dibagi.
g. Sumber-sumber dan aktifitas mempunyai jumlah yang terbatas.
h. Aktifitas harus proposional terhadap sumber-sumber. Hal ini berarti ada hubungan yang linear antara aktifitas dengan sumber-sumber. Misalnya output dinaikkan dua kali, kalau permintaan naik satu setengah kali maka output harus naik satu setengah kali, jadi menggunakan prinsip constant returns to scale.
i. Model progamming deterministik, artinya sumber dan aktifitas diketahui secara pasti.

Pemecahan persoalan dengan Linear Progamming dapat digambarkan dengan blok diagram seperti yang terlihat pada Gambar 1.

Representasi Perencanaan Produksi

Dimisalkan dimiliki bahan mentah sebanyak m macam, masing-masing tersedia sebanyak h_i unit (i = 1,2,…,m). Berdasarkan bahan mentah yang tersedia akan diproduksi sebanyak r produk, masing-masing sebesar x_j unit (j = 1,2,…,r). Setiap produk memerlukan seluruh bahan mentah dengan proporsi tertentu yaitu setiap 1 unit produk ke j memerlukan a_{ij} unit bahan mentah ke i. Dengan demikian kalau produk j diproduksi sebanyak x_j unit maka diperlukan a_{ij} x_j unit bahan mentah ke i.



Gambar 1. Pemecahan dengan Linear Programming

Apabila semua produk dijual, 1 unit produk j harganya c_j rupiah. Kalau yang dijual x_j unit maka penerimaan hasil penjualan untuk produk ke j sebasar c_j x_j unit. Persoalannya sekarang, berapa besarnya x_j agar dapat diperoleh jumlah hasil penjualan yang maksimum dengan pembatasan bahwa jumlah bahan mentah yang dipergunakan tidak dapat melebihi persediaan yang ada selain itu nilai x_j tidak boleh negatif.

<u>Perumusan umum:</u>

Cari x_j , j = 1,2,…,r

sedemikian rupa sehingga

$$Z = \sum c_j x_j \text{ : maksimum} \qquad (1)$$

dengan batasan:

$$\sum_{j=1}^{r} a_{ij} x_j \le h_j \ : \ x_j \ge 0 \qquad (2)$$

Penyelesaian dengan FLP

Penyelesaian dengan Fuzzy Linear Progamming (FLP), adalah pencarian suatu nilai Z yang merupakan fungsi obyektif yang akan dioptimasikan sedemikian rupa sehingga tunduk pada batasan-batasan yang dimodelkan dengan menggunakan himpunan fuzzy.

Dalam penjelasan selanjutnya hanya akan dibahas untuk persoalan maksimisasi. Model matematika untuk persoalan maksimisasi adalah sebagai berikut:

Tentukan x sedemikian hingga :

$$\begin{aligned} c^T x &\underset{\sim}{\geq} Z \\ Ax &\underset{\sim}{\leq} b \qquad\qquad (3) \\ X &\geq 0 \end{aligned}$$

dengan tanda '$\underset{\sim}{\leq}$' merupakan bentuk fuzzy dari '$\leq$' yang menginterpretasikan 'pada dasarnya kurang dari atau sama dengan'. Demikian pula, tanda '$\underset{\sim}{\geq}$' merupakan bentuk fuzzy dari '$\geq$' yang menginterpretasikan 'pada dasarnya lebih dari atau sama dengan'.

Bentuk persamaan (3) dapat dibawa kedalam bentuk persamaan yaitu:

$$\begin{aligned} Bx &\underset{\sim}{\leq} d \\ x &\geq 0 \end{aligned} \qquad (4)$$

dengan:

$$B = \left(\frac{-c}{A}\right) \text{ dan}$$

$$d = \left(\frac{-Z}{d}\right)$$

Tiap-tiap baris atau batasan akan direpresentasikan dengan sebuah himpunan fuzzy, dengan fungsi keanggotaan pada himpunan ke-i adalah $\mu_i[B_i x]$.

Fungsi keanggotaan untuk model keputusan himpunan fuzzy dapat dinyatakan sebagai berikut:

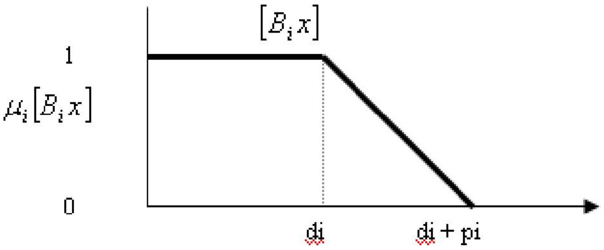
$$\mu_d[x] = \min_i \{\mu_i[B_i x]\} \qquad (5)$$

tentu saja diharapkan akan mendapatkan solusi terbaik, yaitu suatu solusi dengan nilai keanggotaan yang paling besar, dengan demikian solusi yang sebenarnya adalah:

$$\max_{x\geq 0} \mu_d[x] = \max_{x\geq 0} \min_i \{\mu_i[B_i x]\} \quad (6)$$

dari sini terlihat bahwa $\mu_i[B_i x] = 0$ jika batasan ke-i benar-benar dilanggar. Sebaliknya, $\mu_i[B_i x] = 1$ jika batasan ke-i benar-benar dipatuhi. Nilai $\mu_i[B_i x]$ akan naik secara monoton pada selang [0,1], yaitu:

$$\mu_i[B_i x] = \begin{cases} 1; & \text{jika } B_i x \leq d_i \\ \in[0,1]; & \text{jika } d_i < B_i x \leq d_i + p_i \\ 0; & \text{jika } B_i x > d_i + p_i \end{cases} \quad (7)$$



Gambar 2. Fungsi Keanggotaan

$$\mu_i[B_i x] = \begin{cases} 1; & \text{jika } B_i x \le d_i \\ 1 - \dfrac{B_i x - d_i}{p_i}; & \text{jika } d_i < B_i x \le d_i + p_i \\ 0; & \text{jika } B_i x > d_i + p_i \end{cases} \quad (8)$$

dengan pi adalah toleransi interval yang diperbolehkan untuk melakukan pelanggaran baik pada fungsi obyektif maupun batasan. Dengan mensubstitusikan persamaan (8) ke (6) akan diperoleh:

$$\max_{x \ge 0} \mu_d[Bx] = \max_{x \ge 0} \min_i \left[1 - \frac{B_i x - d_i}{p_i} \right] \quad (9)$$

Dari Gambar 2. dapat dilihat bahwa, semakin besar nilai domain, akan memiliki nilai keanggotaan yang cenderung semakin kecil. Sehingga untuk mencari nilai λ-cut dapat dihitung sebagai $\lambda = 1 - t$, dengan:

$$d_i + p_i = \text{ruaskananbatasanke} - i \quad (10)$$

Dengan demikian akan diperoleh bentuk linear programming baru sebagai berikut:

Maksimumkan: λ

Dengan batasan:

$$\begin{aligned} &\lambda p_i + B_i x \le d_i + p_i \\ &x \ge 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Metode

Algoritma FLP untuk menyelesaiakn kasus perencanaan produksi dalam hal memaksimumkan hasil penjualan ini digambarkan dalam bentuk flow chart seperti pada gambar 3.

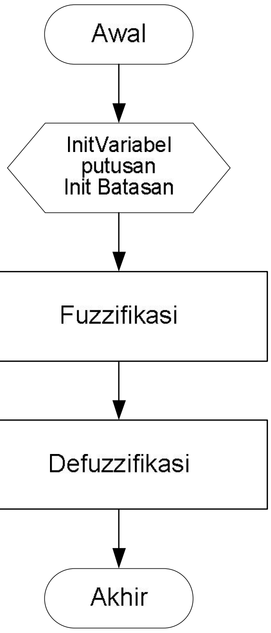
Secara ringkas masing-masing dijabarkan sebagai berikut.

Proses Fuzzyfikasi

Proses ini lakukan untuk mendapatkan nilai lower bound dan upper bound dari inisialisasi awal variabel keputusan dan batasan. Untuk menghitung nilai lower bound dan upper bound ini dapat diselesaikan dengan menggunakan metode simpleks .

Langkah-langkah metode simpleks adalah sebagai berikut:

a. Fungsi tujuan menjadi fungsi implisit, maksudnya semua x digeser ke kiri dan fungsi batasan yang memiliki tanda lebih kecil atau sama dengan harus diubah menjadi kesamaan dengan cara menambah slack variabel.
b. Menyusun persamaan-persamaan di dalam tabel.



Gambar 3. Flowchart Fuzzy Linear Programming

c. Memilih kolom kunci. Pilihlah kolom yang mempunyai nilai pada garis fungsi tujuan yang bertanda negatif dengan angka terbesar. Bila negatif ini tidak ada berarti masalahnya dianggap sudah menemukan solusi optimal.
d. Memilih baris kunci. Tentukan baris kunci dengan mencari indeks pada setiap baris dengan membagi nilai pada kolom nilai kunci dengan nilai yang sebaris dengan kolom kunci. Kemudian pilihlah baris dengan indeks positif yang terkecil.
e. Mengubah nilai baris kunci. Nilai baris kunci diubah dengan cara membagi dengan angka kunci kemudian variabel dasar pada baris tersebut diganti dengan variabel yang terdapat pada bagian atas kolom kunci tersebut.
f. Mengubah nilai-nilai selain nilai pada baris kunci dengan rumus:
   Baris baru = baris lama–(koofisien kolom kunci) x nilai baru baris kunci
g. Melanjutkan perubahan-perubahan. Ulangi langkah (a) sampai langkah (f) untuk memperbaiki tabel-tabel yang telah diperbaiki nilainya. Perubahan baru berhenti setelah pada baris pertama (fungsi tujuan) tidak ada yang bernilai negatif.

Proses Defuzzyfikasi

Proses ini dilakukan setelah nilai lower bound dan nilai upper bound didapatkan. Untuk melakukan proses defuzzyfikasi digunakan aturan Zadeh's dan Bellman. Proses defuzzyfikasi kemudian akan membentuk suatu bentuk linear programming yang baru dan untuk menyelesaikan bentuk linear programming baru ini dapat digunakan metode 2 tahap atau metode Big M. Dibawah ini akan dijelaskan secara singkat mengenai metode 2 fase dan metode Big M.

Metode 2 Fase

Fase 1 : Menyelesaikan linear programming yang fungsi tujuannya adalah meminimumkan variabel artificial pada model, lakukan iterasi sampai solusi ditemukan.

Fase 2 : Mulai dengan hasil yang ditemukan pada fase 1, ganti fungsi tujuan dengan masalah yang asli dan hilangkan variabel artificial, lakukan iterasi dengan simpleks biasa sampai solusi ditemukan.

Metode Big M

a. Tentukan nilai positif M yang besar, misal M = 1000.
b. Bentuk fungsi obyektif baru dengan:

Z = (fungsi obyektif asli) – M (variabel artificial).

Lakukan iterasi sampai solusi ditemukan, untuk melakukan iterasi juga digunakan metode simpleks biasa.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut ini diberikan hasil penjualan maksimum dari hasil uji coba dengan 15 data yang berbeda-beda. Dari tabel hasil ujicoba terlihat bahwa hasil maksimum dari penjualan akan bertambah jika menggunakan Fuzzy Linear Programming.

Tabel 1. Hasil penelitian

No	Model perencanaan produksi	Solusi hasil penjualan Non-Fuzzy	Solusi hasil penjualan FLP
1	Z = 5000x1 + 6000x2 + 3000x3 5x1 + 2x2 + 6x3 = 1200 + 300t 3x1 + 5x2 + 7x3 = 900 + 100t 4x1 + x2 + 2x3 = 1000 + 200t	1389473,68	1497368,42
2	Z = 3x1 + 2x2 2x1 + x2 = 5 + 9t x1 + x2 = 3 + 6t	8	15,5
3	Z = 5000x1 + 6000x2 10x1 + 8x2 = 1200 + 300t 6x1 + 10x2 = 900 + 100t 12x1 + 9x2 = 1250 + 500t 4x1 + 3x2 = 420 + 100t 2x1 + 4x2 = 504 + 130t	633333,33	687202,3
4	Z = 1000x1 + 1200x2 10x1 + 14x2 = 25200 + 10080t 12x1 + 8x2 = 25200 + 7560t 15x1 + 9x2 = 25200 + 5040t	2310000	2730000
5	Z = 50x1 + 40x2 3x1 + 5x2 = 150 + 900t x2 = 20 + 50t 8x1 + 5x2 = 300 + 708t 1x1 + x2 = 50 + 600t	1980	4463,88
6	Z = 15x1 + 9x2 + 11x3 4x1 + 7x2 + 6x3 = 4500 + 500t 8x1 + 3x2 + 5x3 = 6400 + 450t	12797,73	13303,98
7	Z = 12x1 + 15x2 2x1 + 4x2 = 30 + 10t 5x1 + 2x2 = 25 + 10t 3x1 + x2 = 22 + 20t	123,75	145,31
8	Z = 2x1 + x2 3x1 + 5x2 = 15 + 80t 6x1 + 2x2 = 24 + 75t	8,25	22,52
9	Z = 2800x1 + 3500x2	30100	35350

	40x1 + 20x2 = 300 + 100t 10x1 + 30x2 = 250 + 100t 20x1 + 40x2 = 280 + 100t 30x1 + 10x2 = 350 + 100t		
10	Z = 3x1 + x2 + 2x3 x1 + 3x2 + 2x3 = 10 + 40t 4x1 + 2x2 + x3 = 20 + 50t	18,57	33,57
11	Z = 3000x1 + 6000x2 2,1x1 + 2,4x2 = 300 + 370t 3,4x1 + 3,8x2 = 250 + 100t 500x1 + 750x2 = 800 + 60t 1.3x1 + 3,2 x2 = 400 + 90t	6400	6640
12	Z = 3x1 + 2x2 x1 + 4x2 = 15 + 50t 2x1 + x2 = 16 + 55t	25	67,86
13	Z = 4x1 + 5x2 5x1 + 2x2 = 20 + 80 3x1 + 7x2 = 42 + 88	33,59	77,31
14	Z = 60x1 + 90x2 15x1 + 45x2 = 90 + 120t 23x1 + 11x2 = 20 + 60t	163,64	317,45
15	Z = 6x1 + 8x2 3x1 + 9x2 = 45 + 70t 5x1 + x2 = 12 + 66t	45	96,9

SIMPULAN

Dari hasil penelitian ini dapat disimpulkan bahwa penggunaan algoritma Fuzzy Linear Programming (FLP) terbukti mampu meningkatkan hasil penjualan dibandingkan dengan digunakannya linear programming biasa dalam memecahkan masalah perencanaan produksi.

DAFTAR RUJUKA

Anderson, Sweeney, Williams, 1997, Manajemen Sains : Pendekatan Kuantitatif untuk Pengambilan Keputusan Manajemen, Jilid I, Erlangga, Jakarta.

Daihani, Dadan Umar, 2001, Komputerisasi Pengambilan Keputusan, PT. Elex Media Komputindo, Jakarta.

Kadarsah Suryadi, M. Ali Ramdhani, 1998, Sistem Pendukung Keputusan, PT. Remaja Rosdakarya, Bandung.

Kusumadewi Sri, Hari Purnomo, 2004, Aplikasi Logika Fuzzy Untuk Pendukung Keputusan, Graha Ilmu, Yogyakarta.

McLeod, Raymond, Jr., 1996, Sistem Informasi Manajemen, Jilid II, PT. Prenhallindo, Jakarta.

Sulistyawati, Eka, SE. MM, 2004, Catatan Kuliah : Operation Research I, URL: http://www.agungpurbayana.mutiaracyber.com.

Supranto, Johannes, 1988, Riset Operasi Untuk Pengambilan Keputusan, Universitas Indonesia, Jakarta.

Taylor W., Bernard, III, 2001, Sains Manajemen :Pendekatan Matematika untuk Bisnis, Buku 1, Salemba Empat, Jakarta.

Taylor W., Bernard, III, 2001, Sains Manajemen Pendekatan Matematika untuk Bisnis, Buku 2, Salemba Empat, Jakarta.